

Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный государственный
университет путей сообщения»

Кафедра «Транспорт железных дорог»

В.В. Трофимович, М.В. Яранцев

ОСНОВЫ МЕХАНИКИ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА

Методические указания
по выполнению расчетно-графических работ

Хабаровск
Издательство ДВГУПС
2020

УДК 629.4.015(075.8)
ББК О 22-015я73
Т 76

Рецензент – кандидат технических наук, доцент
кафедры «Транспорт железных дорог» Дальневосточного
государственного университета путей сообщения
Д.Н. Никитин

Трофимович, Виталий Владимирович

Т 76 Основы механики подвижного состава : методические указания
по выполнению расчетно-графических работ / В.В. Трофимович,
М.В. Яранцев. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2020. – 38 с. : ил.

Соответствуют рабочей программе дисциплины «Основы механики
подвижного состава».

Приведены методика, расчетные формулы и последовательность дей-
ствий для исследования устойчивости динамической модели подвижного
состава и вписывания в кривой участок пути. Рассмотрены методика расче-
та дифференциальных уравнений динамической модели при использовании
компьютерных математических программ, последовательность расчета.

Предназначены для студентов 3-го, 4-го курсов всех форм обучения по
специальности 23.05.03 «Подвижной состав железных дорог».

УДК 629.4.015(075.8)
ББК О 22-015я73

ВВЕДЕНИЕ

При оценке качества подвижного состава (ПС) существенное значение имеют динамические показатели, определяющие безопасность движения, уровень нагруженности несущих элементов конструкций, интенсивность износа отдельных элементов и показатели комфорта. В решении задачи достижения высоких ходовых качеств рельсовых экипажей особое значение имеет обеспечение устойчивости их невозмущенного движения в диапазоне рабочих скоростей, а также взаимодействие ПС и верхнего строения пути в кривых участках малого радиуса.

Результаты эксплуатации ПС показывают, что при превышении скорости, называемой *критической*, имеют место боковые колебания, при которых амплитуды с течением времени нарастают. Нарастание амплитуд колебаний ограничиваются гребнями колесных пар (КП). Амплитуды колебаний КП определяются поперечным зазором в рельсовой колее. Эти амплитуды соответствуют предельному циклу автоколебаний. *Автоколебания* – это колебания, имеющие одинаковую амплитуду и частоту.

Наличие автоколебаний особенно опасно тем, что во многих случаях вызываемые ими силы достаточно интенсивно нарастают с увеличением скорости движения ПС. Действие этих сил вызывает повышенный износ элементов ПС и пути, требует дополнительных затрат энергии локомотива, которая расходуется на их поддержание. Наличие этих сил является препятствием для повышения скоростей движения локомотивов и вагонов.

Нарастание амплитуд колебаний связано с неустойчивостью движения ПС. В связи с этим актуальной задачей являются исследование устойчивости движения ПС и определение критической скорости, т.е. наименьшей скорости, до которой движение ПС является устойчивым.

Расчетно-графическая работа № 1 направлена на исследование устойчивости движения ПС на примере двухосной тележки.

Движение ПС в кривом участке пути связано с изменением направления его скорости. Даже при постоянной скорости, движение отдельных частей ПС происходит с ускорением, направленным по нормали к кривой. Это ускорение возникает под действием внешних сил – поперечных реакций рельсов на колесные пары, называемые *направляющие силы*. Такие силы, особенно в кривых малого радиуса, могут в несколько раз превосходить силы, возникающие при боковых колебаниях ПС на прямых участках пути. В кривых с радиусом менее 600 м гребни колес при их движении могут быть прижаты на всем протяжении кривой, поэтому основными зонами выхода из строя рельсов и колесных пар являются кривые участки пути, особенно малого радиуса.

Расчетно-графическая работа № 2 направлена на исследование вписывания модели ПС на примере двухосной тележки в кривой участок пути заданного радиуса с определением силы давления на рельс гребня набегающего колеса.

Расчетно-графическая работа № 1

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛЕЖКИ

ЗАДАЧИ И СОДЕРЖАНИЕ

В качестве исходных данных используются следующие параметры:

1. Масса подрессоренной части тележки m_T , т;
2. Масса неподрессоренной части в расчете на одну КП m_H , т;
3. Жесткая база тележки $2a_T$, м;
4. Конструкционная скорость V_K , км/ч;
5. Поперечная жесткость связи КП с рамой тележки в расчете на одно колесо J_y , (кН/м);
6. Конусность поверхности катания колеса i ;
7. Коэффициент крипа κ , кН;
8. Анализируемый параметр.

Исходные данные для студентов ИИФО выбираются, используя приложение, табл. 1.

Цель выполнения: определение критической скорости движения тележки, при которой она теряет устойчивость и анализ влияния различных параметров динамической модели на величину критической скорости. Для достижения этой цели решаются следующие задачи: разрабатывается кинематическая схема при боковых колебаниях, составляются уравнения боковых колебаний расчетной модели, определяются коэффициенты матрицы уравнений, рассчитываются коэффициенты крипа, определяется критическая скорость движения тележки.

Все необходимые расчеты проводятся при использовании математической программы Maple. Для этого необходимо получить у преподавателя данную программу. Примеры расчета в указанной программе приведены в методических рекомендациях.

При защите РГР студент должен знать методику выполненных расчетов, основные определения и понятия, используемые при решении указанных выше задач, а также дать ответ на контрольные вопросы.

1. КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СХЕМА ПРИ БОКОВЫХ КОЛЕБАНИЯХ

Расчетная кинематическая схема тележки (рис. 1.1) упрощена рядом допущений:

- 1) рассматривается движение по прямому ровному горизонтальному пути;
- 2) путь считается абсолютно жестким в горизонтальном направлении;

3) жесткость связи КП с рамой тележки в продольном направлении велика, поэтому продольные перемещения букс относительно рамы тележки не учитываются;

4) демпфирующие свойства буксовых поводков считаются малыми.

Кинематическая схема тележки (рис. 1.1) позволяет учесть колебания бокового относа (Y_T) и виляния (ϕ_T^Z) тележки, колебания бокового относа колесных пар (Y_1 и Y_2).

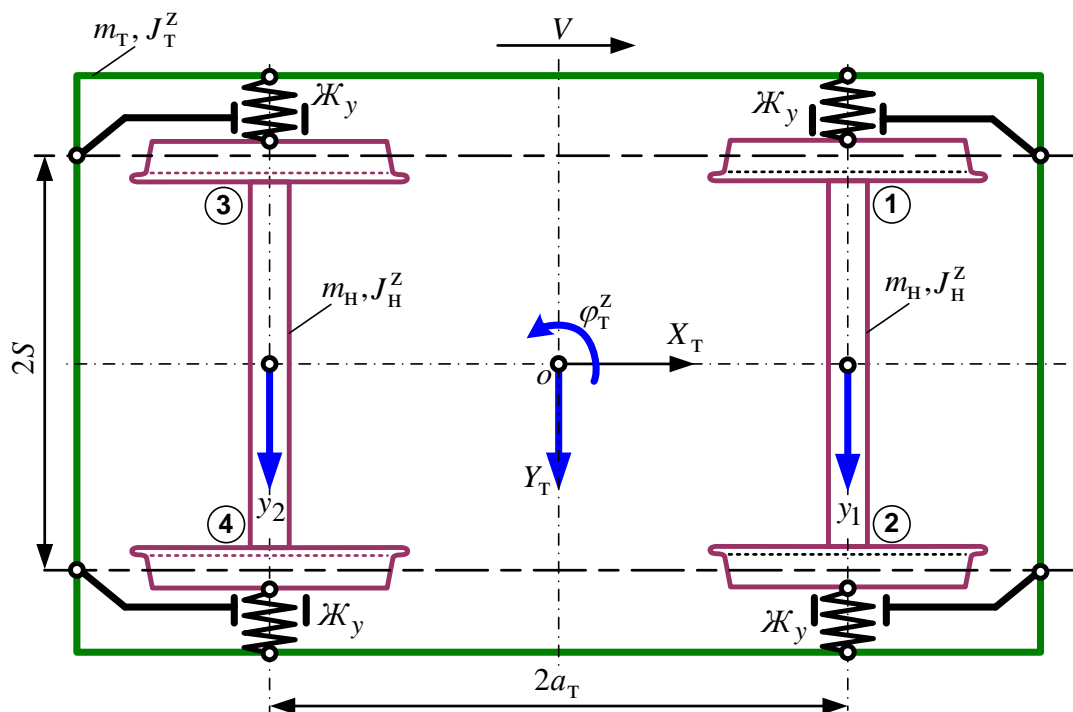


Рис. 1.1. Расчетная кинематическая схема тележки

На расчетной кинематической схеме приняты следующие обозначения:

m_T – масса подрессоренной части тележки, т;

m_H – масса неподрессоренной части в расчете на одну КП, т;

J_T^Z – момент инерции подрессоренной части тележки относительно оси Z , тм²;

J_H^Z – момент инерции неподрессоренной части относительно оси Z , тм²;

J_y – жесткость поводков в поперечном направлении (жесткость связи КП с рамой тележки), (кН/м);

$2a_T$ – жесткая база тележки, м;

$2S$ – расстояние между опорными точками колес на рельсы (рекомендуется принять $2S = 1,6$ м).

Оформление шага (пункт 1)

Представить расчетную схему тележки, как показано на рис. 1.1, с описанием всех параметров.

2. РАСЧЕТ ИНЕРЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕЛЕЖКИ

Момент инерции тележки и неподдрессоренной массы относительно оси Z определяются пересчетом от экипажа прототипа. Инерционные, массовые и геометрические характеристики экипажа – прототипа принимаются в зависимости от поддрессоренной массы тележки m_T .

Если $m_T \geq 22$ т, то параметры прототипа принимаются:

масса тележки – $m_T^{\Pi} = 52,7$ т;

момент инерции относительно оси Z – $J_T^{Z\Pi} = 1200$ тм²;

половина базы $a_T^{\Pi} = 4,5$ м.

Если $m_T < 22$ т, то параметры прототипа принимаются:

масса тележки прототипа – $m_T^{\Pi} = 13,8$ т;

момент инерции относительно оси Z – $J_T^{Z\Pi} = 27$ тм²;

половина базы $a_T^{\Pi} = 1,5$ м.

Масса и момент инерции неподдрессоренной части прототипа в обоих случаях принимается $m_H^{\Pi} = 5,25$ т и $J_H^{Z\Pi} = 2,4$ тм².

Момент инерции тележки относительно оси Z при поправке на массу определяется, тм²,

$$J_T^{Z'} = J_T^{Z\Pi} \frac{m_T}{m_T^{\Pi}}. \quad (1.1)$$

При введении поправки на геометрические размеры окончательно момент инерции тележки определяется, тм²,

$$J_T^Z = J_T^{Z'} \left(\frac{a_T}{a_T^{\Pi}} \right)^2. \quad (1.2)$$

Момент инерции неподдрессоренной части относительно оси Z определяется, тм²,

$$J_H^Z = J_H^{Z\Pi} \frac{m_H}{m_H^{\Pi}}, \quad (1.3)$$

Точность расчета по формулам (1.1)–(1.3) до двух знаков после запятой.

Оформление шага (пункт 2)

1. Выбрать характеристики прототипа в зависимости от поддрессоренной массы тележки.

2. Рассчитать момент инерции тележки по формулам (1.1)–(1.2).

3. Рассчитать момент неподдрессоренной части по формуле (1.3).

3. СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ БОКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ

Уравнения составляются для каждой массы отдельно. Схема замещения для рамы тележки будет иметь вид (рис. 1.2).

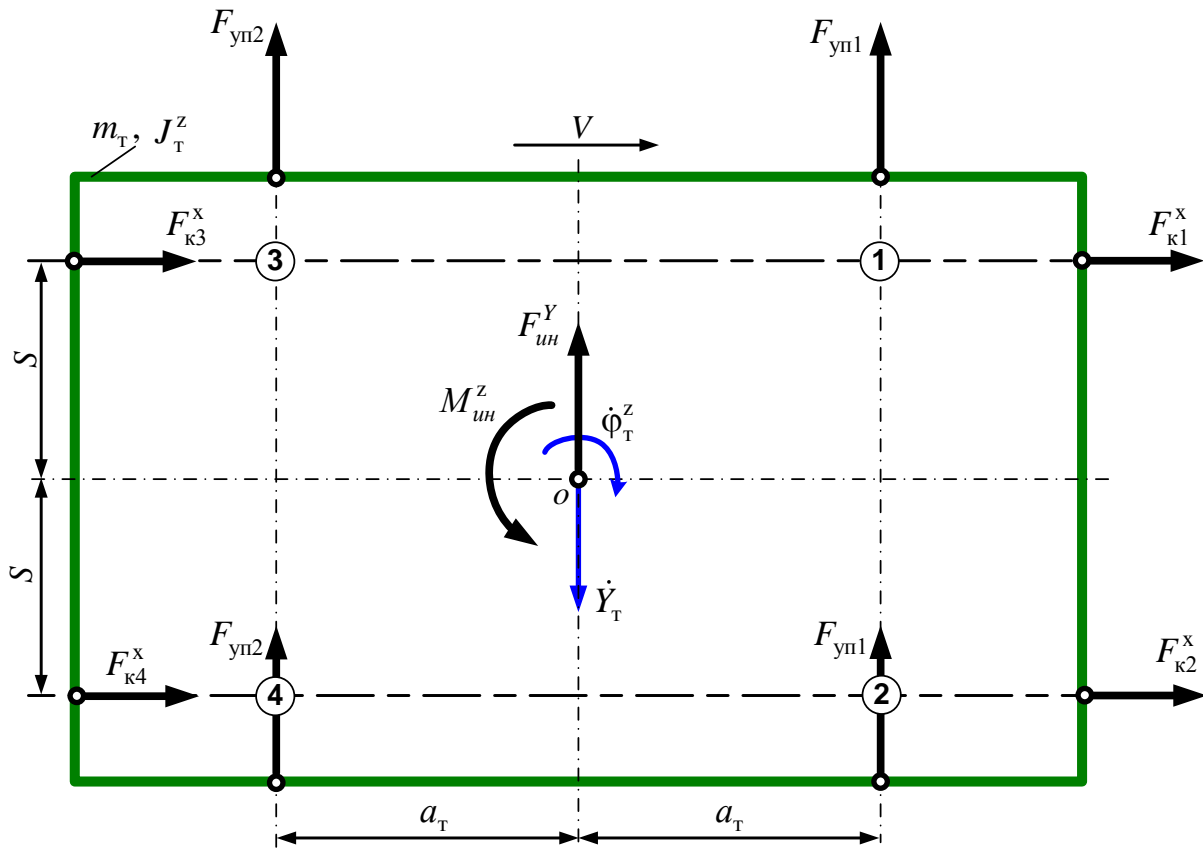


Рис. 1.2. Расчетная схема замещения рамы тележки при боковых колебаниях

Для составления уравнения колебания бокового отбоя тележки необходимо найти сумму проекций сил на ось Y , которая имеет вид

$$F_{ун}^Y + 2F_{yn1} + 2F_{yn2} = 0. \quad (1.4)$$

Входящие в это уравнение силы определяются:

– сила инерции подрессоренной части тележки по оси Y

$$F_{ун}^Y = m_T \ddot{Y}_T, \quad (1.5)$$

где \ddot{Y}_T – поперечное ускорение тележки;

– сила упругости в поперечном направлении определяется

$$F_{yni} = \mathcal{K}_Y \Delta_i, \quad (1.6)$$

где Δ_i – поперечные перемещения букс относительно рамы тележки ($i = 1, 2$). При боковом отnose и повороте тележки вокруг вертикальной оси, а также с учетом бокового отnosa колесных пар Δ_1 и Δ_2 определяются

$$\Delta_1 = Y_T + \varphi_T^z a_T - Y_1; \quad \Delta_2 = Y_T - \varphi_T^z a_T - Y_2. \quad (1.7)$$

После подстановки формул (1.5) и (1.6) с учетом (1.7) в уравнение (1.4) и приведя подобные слагаемые необходимо получить уравнение колебания бокового отnosa тележки (получить самостоятельно).

Для составления уравнения колебания виляния тележки необходимо найти сумму моментов сил относительно оси Z (положительное направление принять по часовой стрелке), которая имеет вид

$$-M_{ин}^z - 2a_T F_{yn1} + 2a_T F_{yn2} + SF_{\kappa1}^x - SF_{\kappa2}^x + SF_{\kappa3}^x - SF_{\kappa4}^x = 0, \quad (1.8)$$

где $M_{ин}^z$ – главный момент сил инерции относительно оси Z , который определяется

$$M_{ин}^z = (J_T^z + 2J_H^z) \ddot{\varphi}_T^z; \quad (1.9)$$

$F_{\kappa i}^x$ – силы, действующие в плоскости контакта колеса и рельса в продольном направлении. Данные силы определяются на основании следующего.

При передаче вертикальной силы от колеса на рельс возникает малая зона контакта с большими удельными давлениями – **контактное пятно**. В этом пятне происходят упругие деформации. При движении колеса под действием вращающего момента из-за наличия деформаций колеса и рельса в зоне контакта, путь, пройденный геометрическим центром колеса, меньше пути, подсчитанного по угловой скорости вращения колеса в предположении качения без скольжения. Это явление с кинематической точки зрения рассматривают как проскальзывание, но, учитывая причину его возникновения, такое проскальзывание называют **упругим, псевдоскольжением** или **крипом**. А касательные силы, действующие по площадке контакта называют **силами крипа**. Эти силы имеют проекции на поперечную Y и продольную X ось, проходящую через точку контакта колеса и рельса.

Используя теорию Картера [1], согласно которой продольные и поперечные силы крипа пропорциональны относительным скоростям скольжения, эти силы определяются:

$$\begin{aligned} F_{\kappa1}^x = -F_{\kappa2}^x &= -\kappa \left(\frac{i}{r} Y_1 + \frac{S}{V} \dot{\varphi}_m^z \right); \\ F_{\kappa3}^x = -F_{\kappa4}^x &= -\kappa \left(\frac{i}{r} Y_2 + \frac{S}{V} \dot{\varphi}_m^z \right); \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$F_{\kappa 1}^y = F_{\kappa 2}^y = \kappa \left(\frac{1}{V} \dot{Y}_1 - \varphi \phi_T^z \right); \quad (1.11)$$

$$F_{\kappa 3}^y = F_{\kappa 4}^y = \kappa \left(\frac{1}{V} \dot{Y}_2 - \varphi_T^z \right);$$

где i – конусность поверхности колеса (см. исходные данные); r – радиус колеса по кругу катания ($r = 0,625$ м); κ – коэффициент крива (см. исходные данные). **Коэффициенты крива** определяют в рамках гипотезы Картера продольные и поперечные силы, возникающие в точке контакта колеса и рельса, и зависят в общем случае от вертикальной силы, передаваемой колесом на рельс, диаметра колеса, радиуса головки рельса, упругих постоянных и т.п. Силы крива имеют большой диапазон изменения. Причиной этого являются вибрации, загрязнения поверхностей контакта, температура, влажность и т.д. Поэтому значения коэффициента крива могут изменяться в широких пределах.

В уравнение (1.8) необходимо подставить силы по формулам (1.6), (1.9) и (1.10), привести подобные слагаемые и получить окончательное уравнение колебания виляния тележки (получить самостоятельно).

Для составления уравнений колебаний бокового отхода колесных пар используется схема замещения, которая для первой колесной пары имеет вид, показанный на рис. 1.3.

Сумма проекций всех сил на ось Y_1 имеет вид

$$F_{ин}^{Y_1} + F_{\kappa 1}^y + F_{\kappa 2}^y - 2F_{yn1} = 0, \quad (1.12)$$

где $F_{ин}^{Y_1}$ – сила инерции неподрессоренной части по оси Y , которая определяется

$$F_{ин}^{Y_1} = m_n \ddot{Y}_1. \quad (1.13)$$

Для второй колесной пары уравнение бокового отхода получается аналогичным образом. Все составленные уравнения боковых колебаний тележки и колесных пар свести в одну систему уравнений.

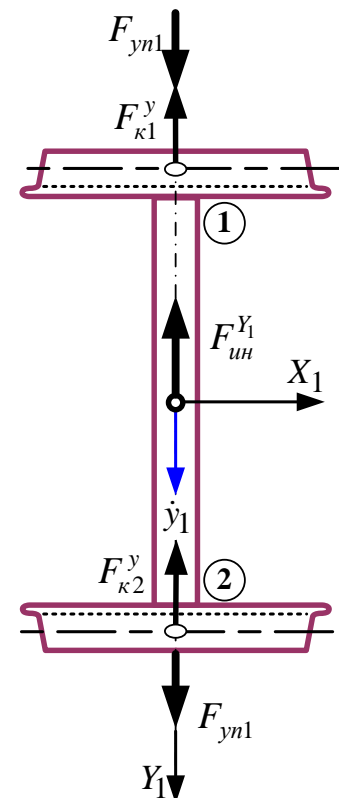


Рис. 1.3. Расчетная схема замещения первой колесной пары

Оформление шага (пункт 3)

1. Представить схему замещения рамы тележки, как показано на рис. 1.2.
2. Записать уравнение колебания бокового отхода [формула (1.4)].

3. Записать все силы входящие в выражение (1.4) [формулы (1.5)–(1.7)].
4. Подставить формулы (1.5)–(1.7) в уравнение (1.4), привести подобные слагаемые и получить уравнение колебания бокового отнoса тележки.
5. Аналогичным образом получить уравнение колебания виляния тележки, используя формулы (1.8), (1.9), (1.6) и продольные силы крива [формулы (1.10)].
6. Представить схему замещения колесной пары, как показано на рис. 1.3.
7. Записать уравнение колебания бокового отнoса для первой колесной пары [формула (1.12)].
8. Записать все силы входящие в выражение (1.12).
9. Подставить формулы (1.13), (1.11), (1.6) в уравнение (1.12), привести подобные слагаемые, получить уравнение колебания бокового отнoса первой колесной пары.
10. Аналогичным образом получить уравнение колебания бокового отнoса второй колесной пары.
11. Все полученные уравнения колебаний тележки и колесных пар свести в одну систему уравнений.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ МАТРИЦЫ УРАВНЕНИЙ

Полученную систему дифференциальных уравнений в п. 3 необходимо привести к нормальной форме. Для этого необходимо разделить каждое из уравнений на коэффициент при второй производной и перенести все члены, кроме вторых производных, в правые части равенств. Вводятся следующие обозначения: $x_1 = Y_T$, $x_2 = \varphi_T^z$, $x_3 = Y_1$, $x_4 = Y_2$, $x_5 = \dot{Y}_T$, $x_6 = \dot{\varphi}_T^z$, $x_7 = \dot{Y}_1$, $x_8 = \dot{Y}_2$.

Для примера уравнение колебания виляния тележки в нормальной форме будет иметь вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_6 = & -\frac{4 \mathcal{J}_y a_T^2}{(J_T^z + 2J_H^z)} x_2 + \left(\frac{2 \mathcal{J}_y a_T - \frac{2\kappa S i_0}{r}}{(J_T^z + 2J_H^z)} \right) x_3 - \\ & - \left(\frac{2 \mathcal{J}_y a_T + \frac{2\kappa S i_0}{r}}{(J_T^z + 2J_H^z)} \right) x_4 - \frac{4\kappa S^2}{V(J_T^z + 2J_H^z)} x_6. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Коэффициенты перед неизвестными будут иметь вид:

$$k_1 = 0;$$

$$k_2 = -\frac{4 \mathcal{K}_y a_T^2}{(J_T^z + 2J_H^z)};$$

$$k_3 = \frac{2 \mathcal{K}_y a_T - \frac{2\kappa Si}{r}}{(J_T^z + 2J_H^z)};$$

$$k_4 = -\left(\frac{2 \mathcal{K}_y a_T + \frac{2\kappa Si}{r}}{(J_T^z + 2J_H^z)} \right);$$

$$k_5 = 0;$$

$$k_6 = -\frac{4\kappa S^2}{V(J_T^z + 2J_H^z)};$$

$$k_7 = 0;$$

$$k_8 = 0.$$

К такому же виду приводятся остальные уравнения системы.

В формулу (1.14) и другие полученные уравнения необходимо подставить рассчитанные и заданные параметры и получить уравнения с коэффициентами в численном виде.

Полученные уравнения необходимо записать в матричной форме вида

$$\dot{x}_i = Ax_i, \quad (1.15)$$

где x_i – матрица обобщенных координат ($i = 1, 2, \dots, 8$); A – матрица коэффициентов уравнений в численном виде.

Для упрощения расчетов матрицу коэффициентов уравнений необходимо представить в виде, как показано на рис. 1.4, на котором приведен пример заполнения строки матрицы для уравнения колебаний виляния тележки. Аналогичным образом необходимо заполнить остальные ячейки матрицы. В которые необходимо записывать окончательный численный результат расчета коэффициентов уравнений при использовании инерционных, геометрических и рассчитанных параметров жесткости и коэффициентов крипа.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1
.....
k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8
.....
.....

12 $A =$

Рис. 1.4. Матрица коэффициентов уравнений

Оформление шага (пункт 4)

1. Разделить каждое из уравнений системы (полученной в п. 3, шаг 11) на коэффициент при второй производной. Перенести все члены, кроме вторых производных, в правые части уравнений. Привести подобные.

2. Ввести необходимые обозначения [см. пример для уравнения колебания виляния тележки – формула (1.14)].

3. Рассчитать коэффициенты перед x_i . Точность расчета до трех знаков после запятой.

4. Записать уравнения с коэффициентами в численном виде.

5. Представить матрицу коэффициентов уравнений, как показано на рис. 1.4.

6. Заполнить нижние 4 строки матрицы результатами расчета коэффициентов уравнений (см. пример заполнения для уравнения виляния тележки – 6-я строка матрицы). В матрицу записывать окончательный численный результат коэффициентов. В случае отсутствия обобщенной координаты в матрице ставится ноль (для примера в уравнении виляния тележки отсутствуют x_1, x_5, x_7 и x_8).

7. Расчет произвести для скорости движения $V = V_k/3$ км/ч.

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛЕЖКИ

При исследовании устойчивости движения рассматривается влияние малых начальных возмущений на движение механической системы. **Начальными возмущениями** называют численно малые изменения начальных условий (обобщенных координат и скоростей). Движение системы при основных начальных условиях называют **невозмущенным**, а движение, получающееся при малых возмущениях начальных условий – **возмущенным**. **Устойчивым** называют движение в том случае, если возмущенные движения в течение любого промежутка времени мало отличаются от невозмущенного движения (амплитуда колебаний с течением времени уменьшается и не увеличивается). Если возмущенное движение при увеличении времени все больше отличается от невозмущенного при любых численно малых начальных возмущениях, то такое движение называют **неустойчивым** (амплитуда колебаний с течением времени возрастает).

При исследовании устойчивости движения тележки используются теоремы А.М. Ляпунова [5]1

1. Если вещественные части всех корней характеристического уравнения отрицательны, то невозмущенное движение устойчиво независимо от членов выше первого порядка малости.

2. Если среди корней характеристического уравнения найдется хотя бы один с положительной вещественной частью, то невозмущенное движение неустойчиво независимо от членов выше первого порядка малости.

3. Если один или несколько корней имеют нулевые вещественные части, то об устойчивости исходной системы нельзя судить по линейному приближению.

Исследование устойчивости движения по уравнениям возмущенного движения сводится к анализу знаков вещественных корней характеристического уравнения. Для определения величин корней необходимо определить собственные числа матрицы A (рис. 1.4), которые и соответствуют корням характеристического уравнения. Вычисление собственных чисел матрицы A рекомендуется провести в программе Maple.

Пример расчета собственных чисел матрицы A и максимальной вещественной части:

п: Начало программы, переинициализация Maple.

> **restart;**

п: Загрузка пакета программы линейной алгебры.

> **with(linalg):**

п: Ввод матрицы рассчитанных коэффициентов уравнений (рис. 4.4).

> **A:=matrix(8,8,[[0,0,0,0,1,0,0,0],[0,0,0,0,0,1,0,0],[0,0,0,0,0,0,1,0],[0,0,0,0,0,0,0,1],[-5270,0,2635,2635,0,0,0,0],[0,-5277,1747,-1892,0,-26,0,0],[13413,26096,-13413,0,0,0,-221,0],[13413,-12802,0,-13413,0,0,0,-221.1]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -5270 & 0 & 2635 & 2635 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5277 & 1747 & -1892 & 0 & -26 & 0 & 0 \\ 13413 & 26096 & -13413 & 0 & 0 & 0 & -221 & 0 \\ 13413 & -12802 & 0 & -13413 & 0 & 0 & 0 & -221.1 \end{bmatrix}$$

п: Расчет собственных чисел матрицы.

> **S:=eigenvals(A):**

п: Поиск максимальной вещественной части из всех решений.

> **S[8];S[7];S[6];S[5];S[4];S[3];S[2];S[1];**

> **Remax:=max(Re(S[8]),Re(S[7]),Re(S[6]),Re(S[5]),Re(S[4]),Re(S[3]),Re(S[2]),Re(S[1]));**
Remax := 0.3009091119

В результате решения задачи будут получены собственные числа S_i , имеющие вещественную Re_i и мнимые Im_i части ($i = 8$). При исследовании устойчивости движения определяющей является максимальная вещественная часть собственных чисел.

Условие устойчивости движения имеет вид:

$$\operatorname{Re}_{\max} < 0. \quad (1.16)$$

Для определения критической скорости движения тележки необходимо получить ряд решений для постепенно увеличивающихся значений скорости движения тележки. В пояснительной записке необходимо построить график зависимости максимальной вещественной части Re_{\max} от скорости движения V . Для этого необходимо провести расчет для интервала скоростей от 20 км/ч до $\sqrt{3} \cdot V_{\kappa}$. При изменении скорости движения коэффициенты уравнений (при x_6 , x_7 и x_8) так же будут изменяться, так как в них входит скорость. Остальные коэффициенты останутся без изменения, так как от скорости движения не зависят. Результаты расчета рекомендуется представить в табл. 1.1.

По данным табл. 1.1 строится зависимость Re_{\max} от скорости движения, общий вид графика показан на рис. 1.5.

Таблица 1.1

Расчет максимальной вещественной части

Скорость движения		Коэффициент при x_6	Коэффициенты при x_7 и x_8	Максимальная вещественная часть
1		2	3	4
V , км/ч	V , м/с	$k_6 = -\frac{4\kappa S^2}{V(J_T^z + 2J_H^z)}$	$k_7 = k_8 = -\frac{2\kappa}{Vm_H}$	$\operatorname{Re}_{\max}, c^{-1}$ (Re_{\max})
20	5,56			
...	...			
$\sqrt{3} \cdot V_{\kappa}$				

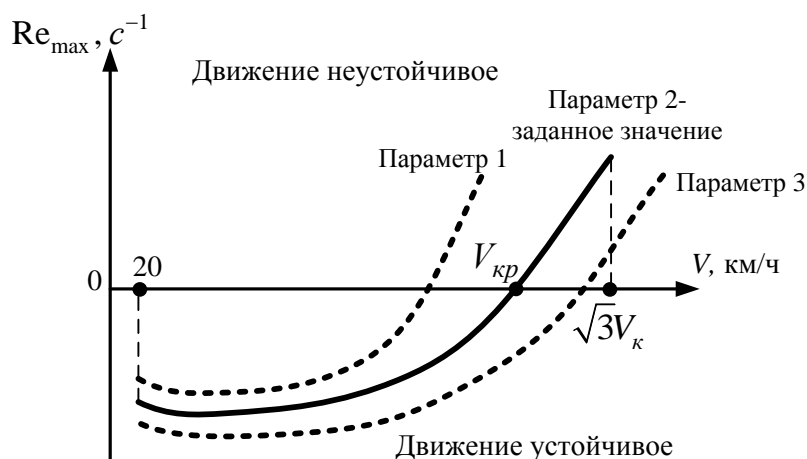


Рис. 1.5. Зависимость максимальной вещественной части от скорости движения

Точка пересечения кривой $Re_{\max}(V)$ (сплошная линия) с осью скорости определяет критическую скорость движения тележки $V_{кр}$.

После определения $V_{кр}$ необходимо проверить выполнения неравенства $V_{кр} \geq \sqrt{3}V_k$ и сделать заключение о правильности выбора параметров рессорного подвешивания.

В работе также необходимо выполнить анализ влияния заданного параметра на величину критической скорости, для этого необходимо представить анализируемый параметр динамической модели Параметр 2 (см. исходные данные) с численным значением, по которому требуется выполнить анализ влияния на Re_{\max} . Рассчитать два значения анализируемого параметра. Параметр 1 на 30 % меньше заданного, Параметр 3 на 30 % больше заданного. Используя выше приведенную методику, выполнить расчет Re_{\max} для Параметра 1 и Параметра 3. По данным расчета для двух параметров на график $Re_{\max}(V)$ рис. 1.5 нанести кривые (пунктирные линии).

Оформление шага (пункт 5)

1. Представить табл. 1.1, в которой разбить интервал скоростей от 20 км/ч до $\sqrt{3} \cdot V_k$ на 10 интервалов. Скорость перевести в м/с.

2. Рассчитать значения коэффициентов при x_6 и x_7 (x_8) для разной скорости движения (колонки 2 и 3 табл. 1.1). Точность расчета до трех знаков после запятой.

3. Составить программу в Maple и рассчитать собственные числа матрицы A (рис. 1.4) и максимальную вещественную часть корней, используя представленный пример программы в п. 5. Необходимо учесть, что при расчете для разной скорости движения, будут изменяться коэффициенты при x_6 и x_7 (x_8). Значение Re_{\max} для соответствующей скорости движения представить в колонке 4 табл. 1.1.

4. По данным табл. 1.1. построить график $Re_{\max}(V)$. Если имеется пересечение графиком оси скорости, то определить критическую скорость движения $V_{кр}$ и выполнить проверку выполнения неравенства $V_{кр} \geq \sqrt{3}V_k$.

5. Представить анализируемый параметр динамической модели с численным значением, по которому требуется выполнить анализ влияния на Re_{\max} (Параметр 2). Рассчитать два значения анализируемого параметра. Параметр 1 на 30 % меньше заданного, Параметр 3 на 30 % больше заданного.

6. Используя методику по определению Re_{\max} , выполнить расчет Re_{\max} сначала для Параметра 1, далее для Параметра 3. Рассчитан-

ные зависимости для анализируемых параметров $Re_{max}(V)$ нанести на график рис. 1.5.

7. Сделать вывод о правильности выбора параметров рессорного подвешивания, а так же о влиянии анализируемого параметра на критическую скорость.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какова цель выполнения РГР № 1?
2. Что такое критическая скорость движения ПС?
3. Чем ограничивается нарастание амплитуд боковых колебаний ПС?
4. Что такое автоколебания?
5. Чем опасны автоколебания?
6. Какие допущения приняты при исследовании боковых колебаний тележки?
7. Какие виды колебаний позволяет учитывать модель на рис. 1.1?
8. Сколько степеней свободы имеет модель тележки на рис. 1.1?
9. Что такое контактное пятно?
10. Что такое крип и силы крипа?
11. В чем сущность теории Картера при определении сил крипа?
12. От каких параметров зависят коэффициенты крипа, и что они характеризуют?
13. Что такое начальное возмущение?
14. Что называют невозмущенным и возмущенным движением?
15. Что такое устойчивое и неустойчивое движение?
16. В чем заключается сущность теорем А.М. Ляпунова?
17. Как в программе Maple производится расчет собственных чисел матрицы коэффициентов и максимальной вещественной части?
18. Как определяется критическая скорость движения тележки по условию устойчивости?
19. Какое условие должно выполняться при расчете устойчивости?
20. Как влияет анализируемый параметр на величину критической скорости?

Расчетно-графическая работа № 2 ВПИСЫВАНИЕ ТЕЛЕЖКИ В КРИВОЙ УЧАСТОК ПУТИ

ЗАДАЧИ И СОДЕРЖАНИЕ

В качестве исходных данных используются следующие параметры.

1. Радиус кругового участка пути R , м;
2. Масса тележки m_T , т;
3. Момент инерции массы тележки J_T , тм²;
4. Жесткая база тележки $2a_T$, м;
5. Нагрузка от колеса на рельс P , кН;
6. Конусность поверхности катания колеса i ;
7. Радиус окружности катания колеса r , м;

Исходные данные для студентов ИИФО выбираются, используя приложение, табл. 2.

Цель выполнения: определение зависимости угла перекоса тележки в кривой и силы давления рельса на гребень набегающего колеса. А так же исследования влияния на силу давления гребня параметров модели. Для достижения этой цели решаются следующие задачи: определяются скорости упругого проскальзывания контактных точек колес, составляются дифференциальные уравнения процесса разворачивания тележки в рельсовой колее.

Все необходимые расчеты проводятся при использовании математической программы Maple. Для этого необходимо получить у преподавателя данную программу. Примеры расчета в указанной программе приведены в методических рекомендациях.

При защите РГР студент должен знать методику выполненных расчетов, основные определения и понятия, используемые при решении указанных выше задач, а также дать ответ на контрольные вопросы.

1. ОСОБЕННОСТИ РЕЛЬСОВОЙ КОЛЕИ В КРИВЫХ УЧАСТКАХ ПУТИ

При прохождении ПС по кривым участкам путь испытывает значительные дополнительные воздействия от колес ПС. Чтобы избежать резких ударов гребней колес о рельсы при входе поезда в кривые, значительных перегрузок наружных рельсовых нитей из-за появления центробежных сил, облегчить вписывание ПС в кривые и прохождение по ним:

- увеличивают ширину колеи в круговой кривой;
- наружные рельсовые нити располагают выше внутренних (Возвышение наружного рельса. Согласно ПТЭ максимальное возвышение рельса в кривой составляет 150 мм.);

– в местах сопряжений прямых участков пути с кривыми устраивают переходные кривые. Переходная кривая представляет собой кривую с изменяющейся кривизной оси (т.е. радиус изменяется от бесконечности до радиуса круговой кривой). В пределах этой кривой происходит плавное уширение колеи и плавное возвышение наружного рельса;

– уменьшают расстояния между шпалами.

Устройство кривого участка пути показано на рис. 2.1.

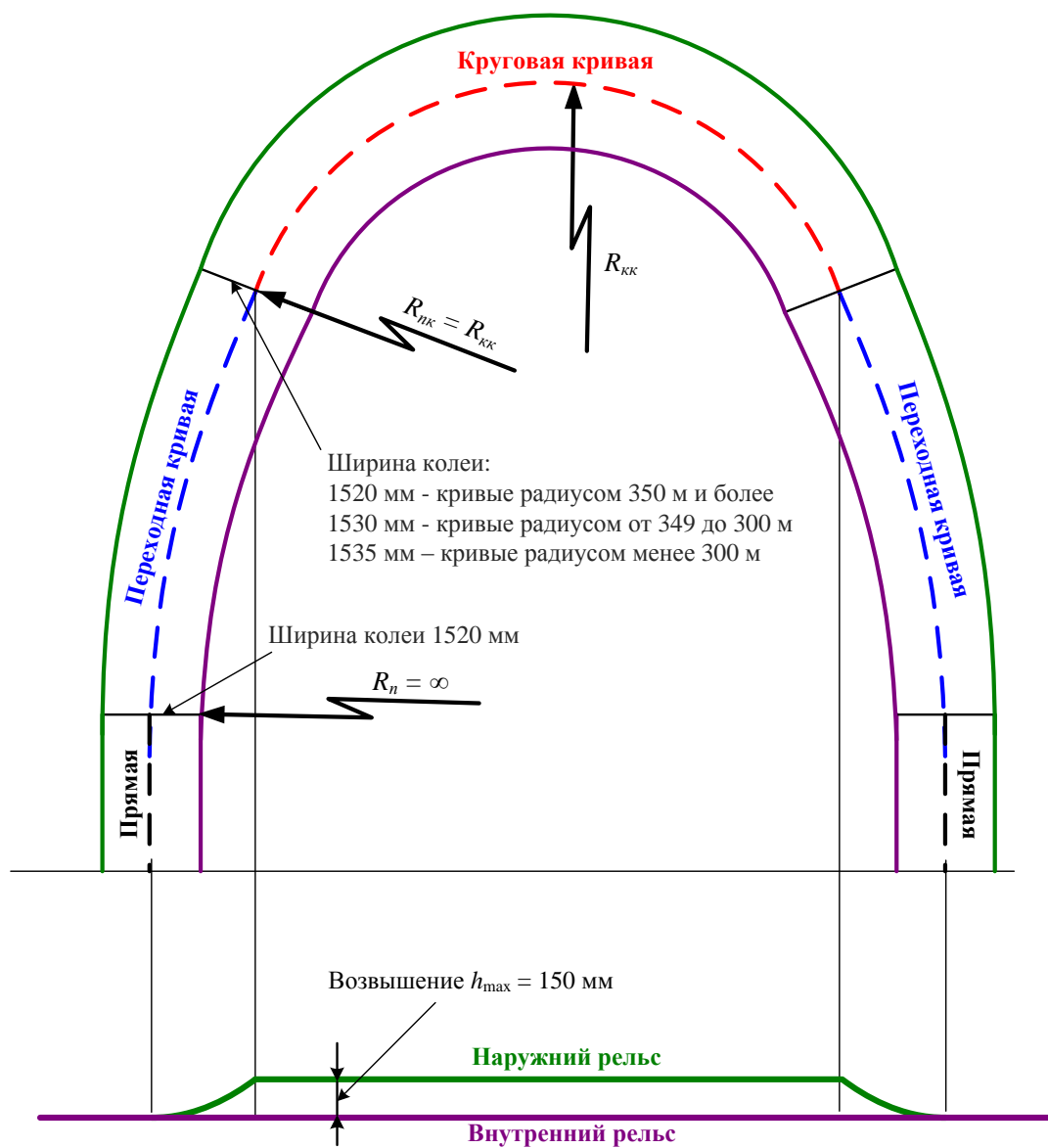


Рис. 2.1. Схема кривого участка пути

Нормальная ширина колеи ($S_k = 1520$ мм) относится к прямым участкам и к кривым радиусом 350 м и более. Для кривых радиусом от 349 до 300 м она равна $S_k = 1530$ мм, а при радиусах кривых менее 300 м — $S_k = 1535$ мм. Уширение колеи в кривых малых радиусов устраивают для облегчения прохождения по ним подвижного состава.

2. ПОЛОЖЕНИЯ ТЕЛЕЖКИ В КРУГОВОЙ КРИВОЙ

Тележка в круговой кривой может занимать три положения: *хордовое*, *свободное* и *наибольшего перекаса* (рис. 2.1). Установка тележки в одно из указанных положений осуществляется в зависимости от параметров кривой (радиуса и возвышения рельса), жесткой базы тележки и скорости движения.

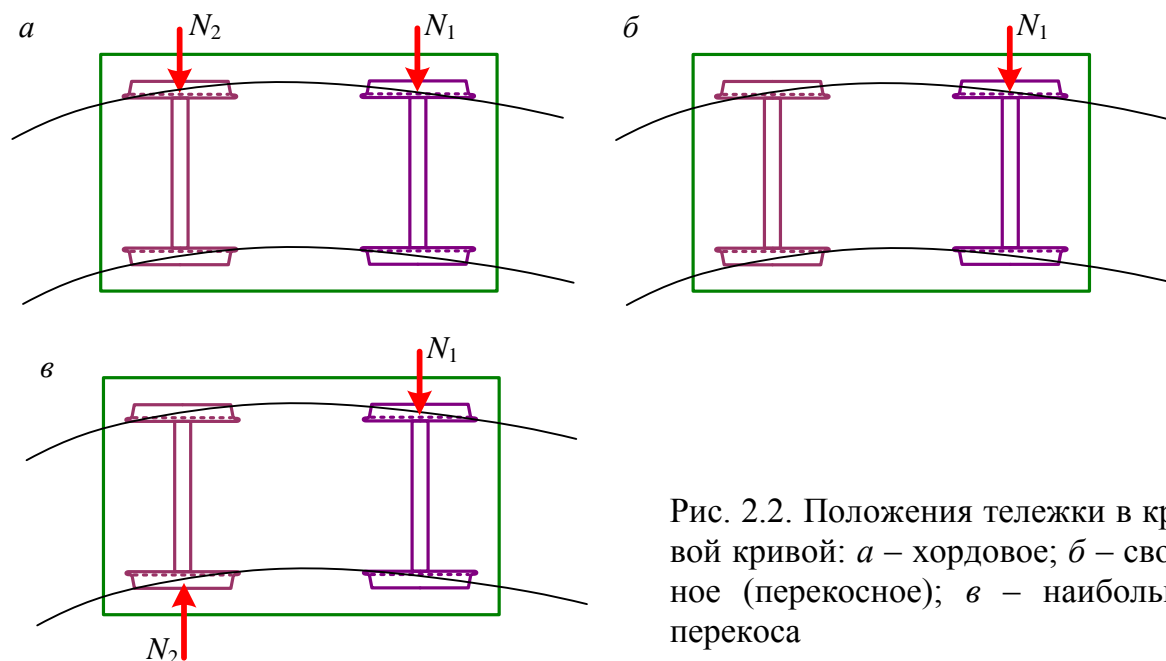


Рис. 2.2. Положения тележки в круговой кривой: *а* – хордовое; *б* – свободное (перекасное); *в* – наибольшего перекаса

Хордовое положение тележки характеризуется наличием точек контакта гребней колес КП с боковой гранью головки наружного рельса кривой. В точках контакта возникают реакции рельсов N_1 и N_2 (рис. 2.2, *а*).

В свободном (перекасном) положении гребень колеса задней КП не имеет точки контакта с головкой наружного рельса (рис. 2.2, *б*).

Положение наибольшего перекаса характеризуется наличием контакта гребня первой по ходу движения КП с боковой гранью головки наружного рельса, а гребня второй КП с боковой гранью головки внутреннего рельса (рис. 2.2, *в*).

Как показывают исследования при прохождении кривых малого радиуса тележки самоустанавливаются в перекасное положение, т.е. между хордой и продольной осью тележки образуется угол, называемый *углом перекаса тележки*. В результате увеличения этого угла – увеличивается давление на рельс гребня набегающего колеса, увеличивается износ контактирующих поверхностей гребня колеса и головки рельса. Максимальный угол перекаса тележки в большинстве случаев меньше предельного угла, определяемого базой тележки и шириной рельсовой колеи.

3. МОДЕЛЬ ВПИСЫВАНИЯ ТЕЛЕЖКИ В КРУГОВУЮ КРИВУЮ

Модель тележки при вписывании в кривую имеет ряд упрощений.

1. Вписывание тележки в кривую рассматривается как движение плоской неизменяемой фигуры $A_1A_2A_3A_4$ (рис. 2.3) в плоскости рельсовой колеи. Точкам A_i ($i = 1, 2, 3, 4$) соответствуют точки контакта поверхностей катания колес и головок рельсов.

2. Скорость центра шкворневого (пятникового) узла постоянна.

3. Продольные касательные силы в точках контакта колес с рельсами уравниваются вращающими моментами тяговых двигателей тележки и силами сопротивления ее движению в кривой.

4. Поперечная внешняя сила, приложенная в центре шкворневого (пятникового) узла тележки, уравнивается центробежными силами.

5. Силовая нагрузка, перпендикулярная плоскости рельсовой колеи, равномерно распределяется на четыре колеса тележки;

6. Продольные касательные силы в точках контакта возникают вследствие упругих смещений колес относительно рельсов, эти смещения пропорциональны разности скорости контактной точки колеса от вращения вокруг оси КП и скорости центра тележки.

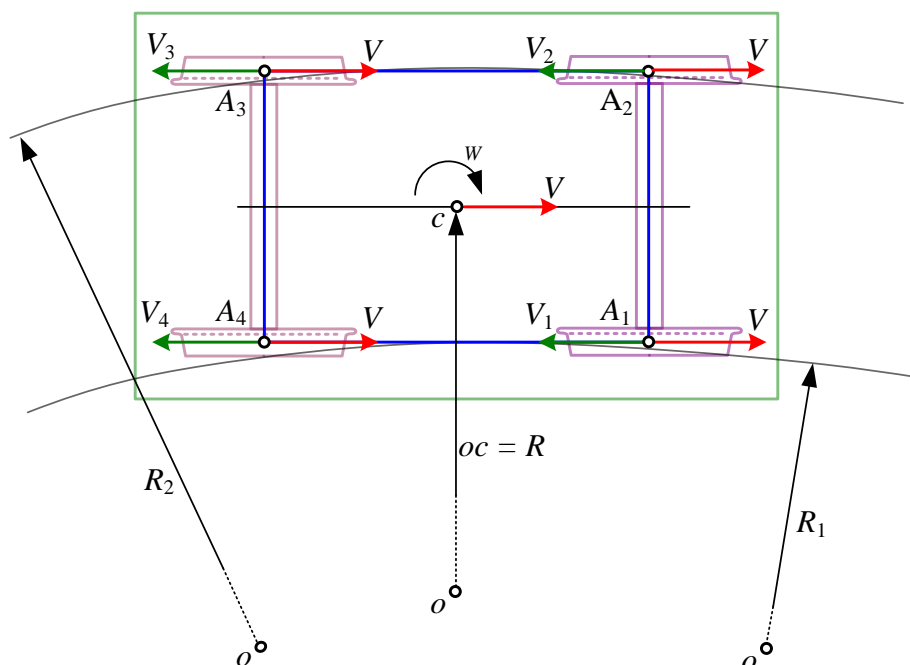


Рис. 2.3. Кинематическая схема тележки при хордовой установке

Чтобы тележка при движении по круговой кривой все время занимала хордовое положение, необходимо обеспечить движение точек A_i по соответствующим дугам окружностей, при этом скорости точек должны удовлетворять соотношениям:

$$V_1 = V_4 = V \frac{R_1}{R}, \quad V_2 = V_3 = V \frac{R_2}{R},$$

где R_1 и R_2 – радиусы окружностей, соответствующих внутренней и наружной рельсовым нитям (рис. 2.3).

Движение тележки, удовлетворяющее этим соотношениям, можно считать состоящим из двух движений: **поступательного** – вместе с центром C и **вращательного** – вокруг оси Z_c с постоянной угловой скоростью $\omega = V/R$. Ось Z_c перпендикулярна плоскости рельсовой колеи и проходит через центр тележки – C .

Равномерное вращение тележки вокруг оси Z_c может осуществляться, если сумма моментов всех внешних сил, действующих на тележку относительно этой оси, равна нулю.

Известно, что движение тележки в круговой кривой с сохранением хордового положения и с постоянной угловой скоростью может происходить без касания наружного рельса гребнем набегающего колеса. При этом сила давления гребня набегающего колеса на рельс минимальна, что является положительным фактом. Однако, при хордовой установке тележки в кривой существуют две причины появления неуравновешенных составляющих касательных сил в точках контакта колес, способствующих разворачиванию тележки вокруг оси Z_c . **Касательные силы (силы крина)** – эти силы следствие дополнительных упругих смещение точек контакта поверхностей катания колес относительно рельса, величины сил пропорциональны скоростям упругого проскальзывания по рельсам контактных точек колес.

Существует несколько причин появления дополнительных упругих скоростей контактных точек колес.

Первая причина (рис. 2.4) – вращение тележки вокруг оси Z_c (по часовой стрелке) с угловой скоростью $\omega = V/R$ приводит к возникновению в точках контакта колес с рельсами дополнительных скоростей упругого проскальзывания

$$V_{li} = \omega cA_i = V \frac{\sqrt{a^2 + S^2}}{R}, \quad (2.1)$$

где a – половина базы тележки; S – половина расстояния между контактными точками колес.

Соответствующие этим скоростям касательные силы определяются:

$$F_{li} = \alpha \Pi V_{li} = \alpha \Pi V \frac{\sqrt{a^2 + S^2}}{R}, \quad (2.2)$$

где α – динамический коэффициент упругого проскальзывания, $\alpha = 2,1$ с/м; Π – нагрузка от колеса на рельс.

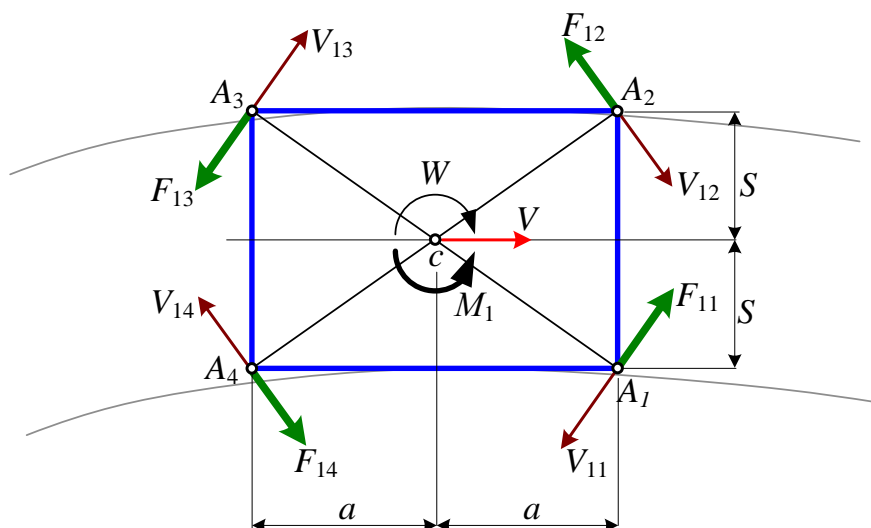


Рис. 2.4. Касательные силы в точках контакта колес и рельсов при хордовой установке
(I дополнительные внешние силовые факторы)

Силы F_{1i} , ($i = 1, 2, 3, 4$) создают относительно оси Z_c момент M_1 , препятствующий поворачиванию тележки по часовой стрелке («вредный» момент):

$$M_1 = \alpha 4\Pi V \frac{a^2 + S^2}{R}. \quad (2.3)$$

Главный вектор сил F_{1i} (их векторная сумма, т.е. $R_1 = 0$) равен нулю.

Логическая цепь образования момента M_1 : Момент M_1 вызывают силы F_{1i} , силы F_{1i} образуются за счет скоростей упругого проскальзывания V_{1i} , скорости V_{1i} обуславливаются угловой скоростью $\omega = V/R$, которая в свою очередь зависит от радиуса кривой R , т.е. момент M_1 образуется за счет радиуса кривого участка пути R .

Вторая причина (рис. 2.5) – неодинаковость диаметров окружностей катания колес на внешнем и на внутреннем рельсах при смещении колесных пар к наружному рельсу в кривой за счет конусности бандажей. При этом радиус окружности катания колес на наружном рельсе становится больше среднего радиуса на величину

$$\Delta r = i\delta,$$

где i – конусность поверхности катания колеса; δ – половина колейного зазора, который зависит от радиуса круговой кривой (см. рис. 2.1) и определяется:

$$\delta = (S_k - 1506)/2, \quad (2.4)$$

где S_k – ширина рельсовой колеи; 1506 – расстояние, мм, между рабочими гранями гребней колес.

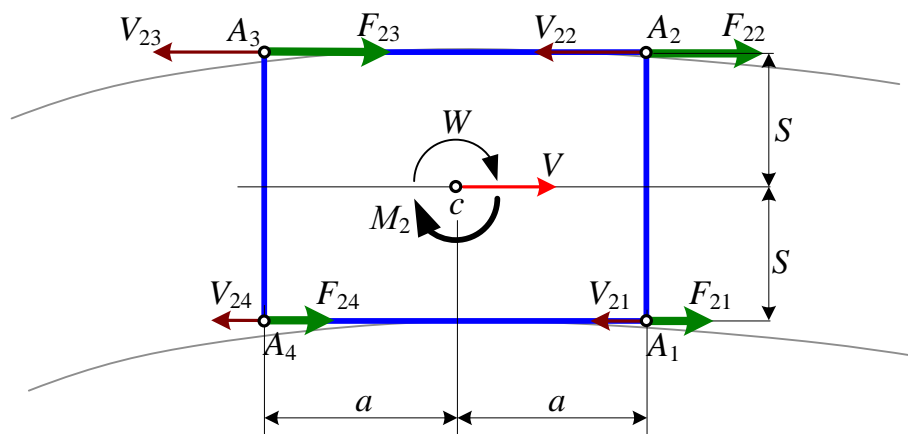


Рис. 2.5. Касательные силы в точках контакта колес и рельсов за счет различия диаметров окружностей катания колес (II дополнительные внешние силовые факторы)

Соответственно радиус окружности катания колеса на внутреннем рельсе будет меньше на величину Δr . Таким образом, дополнительные скорости упругого проскальзывания на наружном рельсе будут больше, а на внутреннем рельсе меньше. Скорости упругого проскальзывания в четырех контактных точках колес будут одинаковы по модулю и рассчитываются:

$$V_{2i} = V \frac{\Delta r}{r} = \frac{V i \delta}{r}. \quad (2.5)$$

Соответствующие скоростям V_{2i} касательные силы создают относительно оси Z_c момент M_2 , поворачивающий тележку по часовой стрелке («полезный» момент):

$$M_2 = \alpha 4\Pi V \frac{i \delta S}{r}. \quad (2.6)$$

Главный вектор сил F_{2i} (их векторная сумма, т.е. $R_2 = 0$) равен нулю.

Логическая цепь образования момента M_2 : Момент M_2 вызывают силы F_{2i} , силы F_{2i} образуются за счет скоростей упругого проскальзывания V_{2i} , скорости V_{2i} обуславливаются различными диаметрами колес, которые отличаются на величину $\Delta r = i\delta$, которая в свою очередь зависит от конусности поверхности катания колес i и поперечного смещения колес в рельсовой колее δ , т.е. момент M_2 образуется за счет конусности колес i .

Результат действия на тележку моментов M_1 и M_2 зависит от соотношения их модулей M_1/M_2 . Также можно определить радиус кривого участка пути R_{\min} , при котором $M_1 = M_2$. При движении подвижного состава в кривых, у которых $R < R_{\min}$, всегда $M_1 > M_2$.

В связи с этим тележки не могут сохранять хордовую установку. Если принять, что при входе в кривую тележка занимала хордовое положение, то последующее ее движение по кривой будет сопровождаться разворачиванием в направлении противоположном ω (т.е. против часовой стрелки). При этом гребень набегающего колеса будет касаться наружного рельса в точке A_2 , а угол между продольной осью тележки и касательной к оси пути будет увеличиваться (рис. 2.6). Угол λ – называют *углом перекоса* тележки. Такое разворачивание тележки рассматривается как относительное движение плоской фигуры $A_1A_2A_3A_4$ (рис. 2.6) в системе отсчета OXY , равномерно вращающейся вокруг центра кривизны рельсовой колеи с угловой скоростью $\omega = V/R$. В этом движении скорость точки A_2 V_{2r} направлена по касательной к наружному рельсу, а скорость центра тележки V_{cr} – перпендикулярна продольной оси тележки. Мгновенный центр относительного вращения тележки находится на пересечении перпендикуляров к скоростям V_{2r} и V_{cr} – в точке P . Но так как угол перекоса тележки – величина малая, мгновенный центр совпадает со средней точкой B отрезка A_1A_2 .

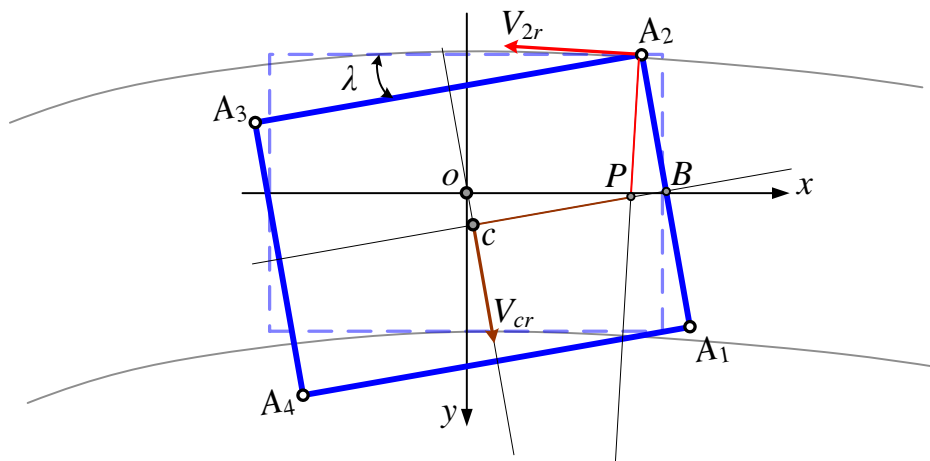


Рис. 2.6. Кинематическая схема тележки при перекосной установке

Третья причина появления дополнительных скоростей упругого проскальзывания контактных точек колес (рис. 2.7) – относительное движение тележки (поворот тележки на угол λ относительно точки B).

Скорости упругого проскальзывания в четырех контактных точках колес рассчитываются:

$$V_{3i} = \dot{\lambda} BA_i, \quad (2.7)$$

где $BA_1 = BA_2 = S$, а $BA_3 = BA_4 = \sqrt{4a^2 + S^2}$.

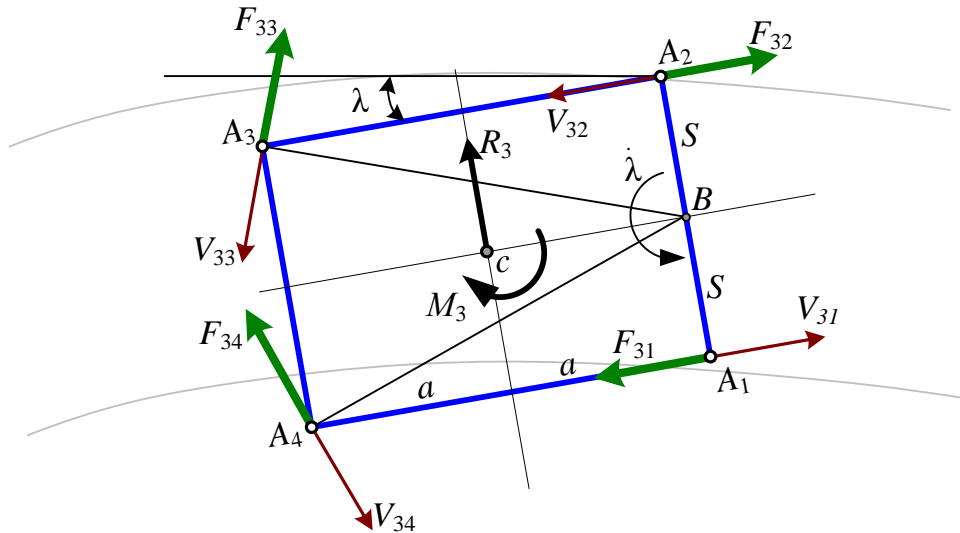


Рис. 2.7. Касательные силы в точках контакта колес и рельсов за счет относительного движения тележки (III дополнительные внешние силовые факторы)

Соответствующие скоростям V_{3i} касательные силы определяются:

$$F_{3i} = \alpha \Pi \dot{\lambda} BA_i, \quad (2.8)$$

где $\dot{\lambda}$ – угловая скорость разворачивания тележки в рельсовой колее.

Приводя силы F_{3i} к центру тележки C получим главный вектор R_3 , направленный перпендикулярно продольной оси тележки наружу кривой, и главный момент M_3 , стремящийся развернуть тележку по часовой стрелке:

$$R_3 = \alpha 4 \Pi \dot{\lambda} a; \quad (2.9)$$

$$M_3 = \alpha 4 \Pi \dot{\lambda} (a^2 + S^2). \quad (2.10)$$

Логическая цепь образования момента M_3 и главного вектора R_3 : Момент M_3 и главный вектор R_3 вызывают силы F_{3i} , силы F_{3i} образуются за счет скоростей упругого проскальзывания V_{3i} , скорости V_{3i} обуславливаются угловой скоростью перекоса тележки $\dot{\lambda}$, т.е. момент M_3 и главный вектор R_3 образуются за счет изменения угла перекоса тележки λ .

Четвертая причина появления дополнительных скоростей упругого проскальзывания контактных точек колес (рис. 2.8) – определяемые углом перекоса тележки λ . Поворот тележки на угол λ приводит к тому, что между скоростью V центра тележки C и продольной осью тележки образуется угол λ , а в контактных точках колес возникают дополнительные скорости упругого проскальзывания, перпендикулярные продольной оси тележки.

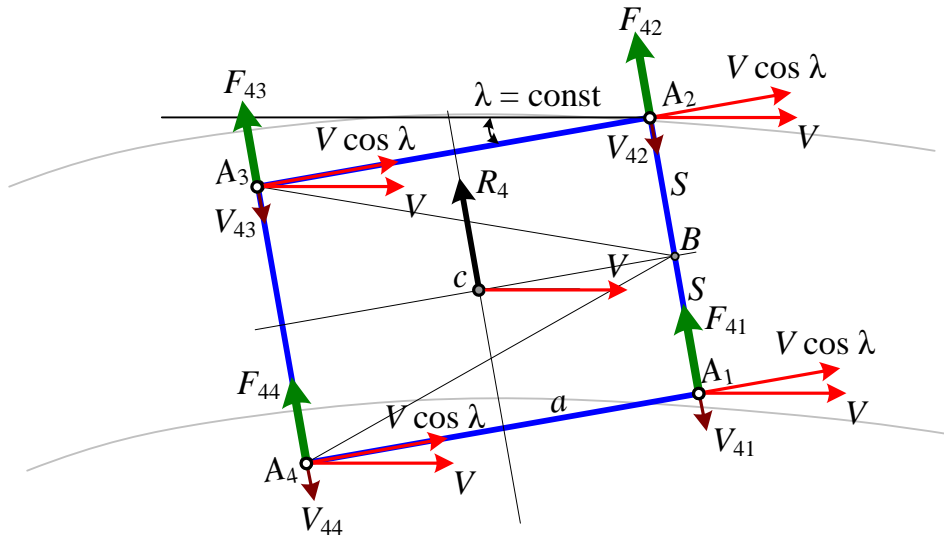


Рис. 2.8. Касательные силы в точках контакта колес и рельсов, определяемые углом перекоса тележки λ (IV дополнительные внешние силовые факторы)

Модули этих скоростей одинаковы для всех контактных точек и определяются:

$$V_{4i} = V \sin \lambda = V \lambda . \quad (2.11)$$

Соответствующие им касательные силы определяются:

$$F_{4i} = \alpha IV \lambda . \quad (2.12)$$

Силы F_{4i} приводятся к равнодействующей R_4 , проходящей через центр S , направленной перпендикулярно продольной оси тележки наружу кривой. Модуль равнодействующей равен:

$$R_4 = \alpha 4IV \lambda . \quad (2.13)$$

Главный момент $M_4 = 0$.

Логическая цепь образования главного вектора R_4 : Главный вектор R_4 вызывают силы F_{4i} , силы F_{4i} образуются за счет скоростей упругого проскальзывания V_{4i} , скорости V_{4i} обуславливаются установившимся значением угла перекоса тележки λ , т.е. главный вектор R_4 образуются за счет наличия постоянного угла перекоса тележки λ .

На процесс разворачивания тележки в рельсовой колее, кроме сил и моментов, определяемые формулами (2.3), (2.6), (2.9), (2.10) и (2.13), оказывает влияние сила реакции рельса, действующая на гребень набегающего колеса N . С учетом допущений, будем считать, что сила нормального давления рельса на гребень N направлена перпендикулярно продольной оси тележки (рис. 2.9).

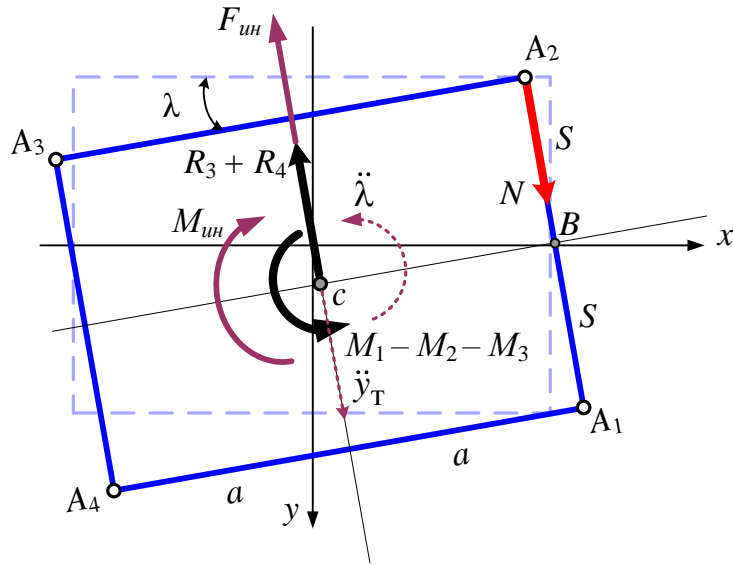


Рис. 2.9. Динамическая схема тележки при перекосяной установке

Учитывая силу $F_{ун}$ и момент инерции $M_{ун}$, дифференциальные уравнения относительного движения тележки имеют вид:

$$F_{ун} - N + R_3 + R_4 = 0; \quad (2.14)$$

$$M_{ун} - M_1 + M_2 + M_3 + Na = 0. \quad (2.15)$$

Входящие в эти уравнения силы определяются

$$F_{ун} = m\ddot{y}_T \text{ и } M_{ун} = J_T\ddot{\lambda}, \quad (2.16)$$

где \ddot{y}_T – ускорение центра масс тележки в относительном движении, направленное перпендикулярно продольной оси тележки и определяется $\ddot{y}_T = a\ddot{\lambda}$; J_T – момент инерции массы тележки относительно оси z_c , проходящей через центр масс.

После подстановки формул (2.3), (2.6), (2.9), (2.10), (2.13) и (2.16) в уравнения (2.14) и (2.15), приведя подобные слагаемые, из уравнения (2.14) сила давления рельса на гребень N будет определяться

$$N = R_3 + R_4 + ma_T\ddot{\lambda}, \quad (2.17)$$

уравнение (2.15) с учетом (2.17) необходимо преобразовать к следующему виду:

$$k_1\ddot{\lambda} + k_2\dot{\lambda} + k_3\lambda = k_4, \quad (2.18)$$

где k_i – постоянные коэффициенты (выразить и рассчитать самостоятельно).

Решение уравнения (2.18) позволяет получить закон изменения угла перекоса тележки в рельсовой колее $\lambda(t)$, используя который можно найти закон изменения силы давления рельса на гребень набегающего колеса $N(t)$ [формула (2.17)].

Оформление шага (пункт 3)

1. Представить кинематическую схему тележки при хордовой установке, как показано на рис. 2.3.

2. Представить схему тележки для определения касательных сил в точках контакта колес и рельсов при хордовой установке (рис. 2.4). Записать действующие силовые факторы M_1 и R_1 .

3. Представить схему тележки для определения касательных сил в точках контакта колес и рельсов за счет различия диаметров колес (рис. 2.5). Определить половину колеинового зазора [формула (2.4)]. Ширину рельсовой колеи выбрать, используя заданный радиус круговой кривой (см. задание) и рис. 2.1. Величину колеинового зазора δ перевести в м. Записать действующие силовые факторы M_2 и R_2 .

4. Определить соотношение M_1/M_2 , используя формулы (2.3) и (2.6), а также из соотношения M_1/M_2 выразить и рассчитать R_{min} при котором $M_1 = M_2$. Величину R_{min} сравнить с заданным радиусом круговой кривой и сделать вывод.

5. Представить схему тележки для определения касательных сил в точках контакта колес и рельсов за счет относительного движения тележки (рис. 2.7). Записать действующие силовые факторы M_3 и R_3 .

6. Представить схему тележки для определения касательных сил в точках контакта колес и рельсов, определяемые углом перекоса тележки (рис. 2.8). Записать действующие силовые факторы M_4 и R_4 .

7. Представить динамическую схему тележки при перекосной установке (рис. 2.9). Записать дифференциальные уравнения относительного движения тележки [формулы (2.14) и (2.15)]. Записать выражение (2.17) – определение силы давления рельса на гребень набегающего колеса.

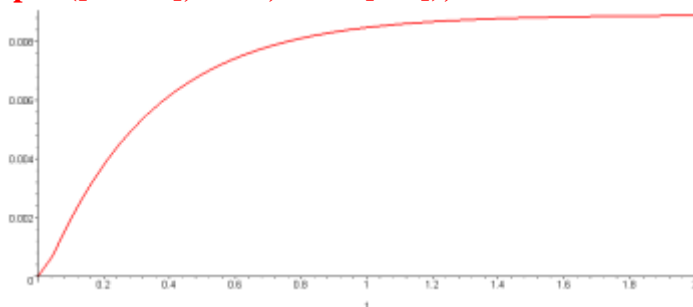
8. В уравнение (2.15) подставить формулы (2.3), (2.6), (2.9), (2.10), (2.13), (2.16) и (2.17), получить выражение в виде уравнения (2.18). Представить формулы для определения постоянных коэффициентов k_i .

4. РАСЧЕТ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛЕЖКИ

Расчет дифференциального уравнения относительного движения тележки в рельсовой колее рекомендуется провести в программе Maple.

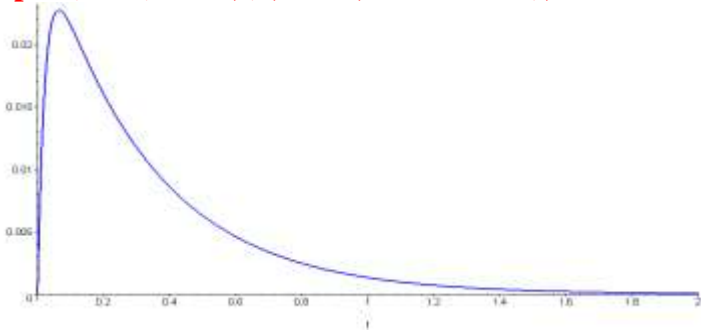
Пример расчета:

п: Начало программы, переинициализация Maple.
 > **restart;**
 п: Радиус круговой кривой, м (задание)
 > **R:=200;**
 п: Масса тележки, т (задание)
 > **mt:=20;**
 п: Момент инерции тележки, тм² (задание)
 > **Jt:=48;**
 п: Половина базы тележки, м (задание)
 > **a:=3/2;**
 п: Нагрузка от одного колеса на рельс, кН (задание)
 > **P:=114;**
 п: Конусность поверхности катания колеса (задание)
 > **i:=0.05;**
 п: Радиус окружности катания колеса, м (задание)
 > **r:=0.625;**
 п: Скорость движения, м/с
 > **V:=10;**
 п: Половина зазора в рельсовой колее, м (расчет, формула 3.4)
 > **d:=0.017;**
 п: Половина расстояния между контактными точками колес, м (фиксированное значение, 0,8 м)
 > **S:=0.8;**
 п: Динамический коэффициент упругого проскальзывания, с/м (фиксированное значение, 2,1)
 > **alpha:=2.1;**
 п: Определение постоянных коэффициентов (см. формула 3.18)
 > **k1:= ;**
 > **k2:= ;**
 > **k3:= ;**
 > **k4:= ;**
 п: Запись дифференциального уравнения (3.18)
 > **du:=k1*diff(x(t),t\$2)+k2*diff(x(t),t)+k3*x(t)=k4;**
 п: Расчет дифференциального уравнения (3.18) при нулевых начальных условиях
 > **dsolve({du,x(0)=0,D(x)(0)=0},{x(t)},method=laplace);**
 п: Упростить расчет
 > **res:=simplify('');**
 п: Назначить результат
 > **assign(res);**
 > **lamda:=x(t);**
 п: Построение закона изменения угла перекоса тележки $\lambda(t)$
 > **plot([lamda],t=0..2,color=[red]);**



п: Построение закона изменения скорости угла перекаса тележки $\dot{\lambda}(t)$

> **plot([diff(lamda,t)],t=0..2,color=[blue]);**



п: Расчет главного вектора (схема, рис.3.5)

> **R3:=4*alpha*P*diff(lamda,t)*a:**

п: Расчет главного вектора (схема, рис.3.6)

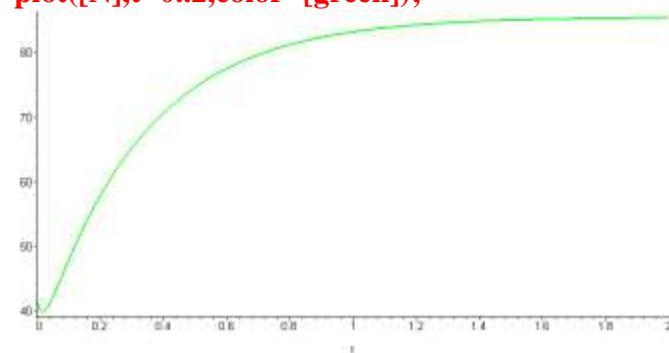
> **R4:=4*alpha*P*V*lamda:**

п: Расчет силы давления рельса на гребень набегающего колеса (формула 3.17)

> **N:=R3+R4+mt*alpha*diff(lamda,t\$2):**

п: Построение закона изменения силы давления рельса на гребень набегающего колеса $N(t)$

> **plot([N],t=0..2,color=[green]);**



Если принять нулевые начальные условия, то на тележку вначале будет действовать только моменты M_1 и M_2 . Их разность вызывает появление углового ускорения $\ddot{\lambda}$. Возникающие при этом силы инерции определяют согласно формуле (2.17) силу давления на рельс гребня набегающего колеса в момент начала перекашивания тележки. В дальнейшем с увеличением λ и $\dot{\lambda}$ на тележку будут действовать все силы и моменты, показанные на рис. 2.9. На первом этапе перекашивания угловая скорость будет увеличиваться. Второй этап перекашивания – угловая скорость после достижения максимального значения быстро будет убывать до нуля, а угол λ будет стремиться к своему максимальному значению. В максимально перекошенном положении тележки моменты сил, влияющие на ее разворот в рельсовой колее, взаимно уравновешиваются. В последующем установившемся движении вращение тележки вокруг центра C будет происходить с постоянной угловой скоростью $\omega = V/R$.

Давление на рельс гребня набегающего колеса на первом этапе перекашивания тележки уменьшается из-за быстрого убывания $\ddot{\lambda}$ и недостаточно быстрого возрастания сил R_3 и R_4 . На втором этапе давление гребня на рельс увеличивается за счет сил R_3 и R_4 , при этом влияние сил инерции тележки становится несущественным. В максимально перекошенном положении тележки давление гребня на рельс определяется только силой R_4 .

Оформление шага (пункт 4)

1. Установить программу Maple.
2. Составить программу расчета в Maple, как показано в п. 4 опускаемая строки пояснения. Программу привести в пояснительной записке.
3. Рассчитать в программе и привести в пояснительной записке следующие графики:
 - $\lambda(t)$ – закон изменения угла перекоса тележки в рельсовой колее;
 - $\dot{\lambda}(t)$ – закон изменения скорости перекоса тележки в рельсовой колее;
 - $N(t)$ – закон изменения силы давления рельса на гребень набегающего колеса;
- Расчет произвести для скорости $V = 10$ м/с.
4. На графиках определить:
 - максимальное значение угла перекоса тележки и максимальное значение силы давления гребня колеса;
 - время разворота тележки до момента достижения углом перекоса максимального значения и соответствующего значения силы давления рельса на гребень набегающего колеса N_{max} .
5. По графикам сделать выводы.

5. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ НА СИЛУ ДАВЛЕНИЯ ГРЕБНЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕЛЕЖКИ

Цель раздела состоит в анализе влияния параметров динамической модели на максимальное значение силы давления рельса на гребень набегающего колеса N_{max} в кривом участке пути. А именно, необходимо выполнить анализ влияния на максимальное значение $N(t)$ следующих параметров динамической модели тележки:

- 1) радиус кругового участка пути R , м;
- 2) скорость движения V , км/ч;
- 3) жесткая база тележки $2a_T$, м;
- 4) нагрузка от колеса на рельс P , кН;
- 5) конусность поверхности катания колеса i ;
- 6) радиус окружности катания колеса r , м.

Для расчета используется программа, представленная в п. 4.

Необходимо провести серию расчетов и результаты представить в таблицах (табл. 2.1–2.6).

Таблица 2.1

Зависимость $N_{\max}(R)$

R , м	200	300	400	800
N_{\max} , кН				

Таблица 2.4

Зависимость $N_{\max}(l)$

l , кН	100	110	115	120
N_{\max} , кН				

Таблица 2.2

Зависимость $N_{\max}(V)$

V , м/с	5	10	20	30
N_{\max} , кН				

Таблица 2.5

Зависимость $N_{\max}(i)$

i	0,05	0,1
N_{\max} , кН		

Таблица 2.3

Зависимость $N_{\max}(2a_T)$

$2a_T$, м	2,9	3	3,1	3,2
N_{\max} , кН				

Таблица 2.6

Зависимость $N_{\max}(r)$

r , м	0,5	0,55	0,6	0,65
N_{\max} , кН				

Оформление шага (пункт 5)

1. Используя программу, представленной в п. 4, выполнить серию расчетов и результаты представить в табл. 2.1–2.6.

2. По данным табл. 2.1–2.6 построить графики.

3. По графикам сделать выводы о влиянии различных параметров тележки на максимальную силу давления гребня на рельс набегающего колеса.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какова цель выполнения РГР № 2?
2. Какие особенности имеет кривой участок пути?
3. Назначение переходных кривых?
4. Назначение возвышение наружного рельса в кривой. Каково его максимальное значение на железных дорогах РФ?
5. Назначение уширения колеи в кривых участках пути?
6. Какова ширина колеи в кривых радиусом менее 300 м?
7. Какова ширина колеи в кривых радиусом более 350 м?
8. Какие положение может занимать тележка в круговой кривой?

9. Чем характеризуется положение наибольшего перекоса тележки в рельсовой колее?
10. Что такое угол перекоса тележки? На что он влияет?
11. Какие допущения приняты в модели при вписывании в кривую?
12. Что такое касательные силы?
13. Сколько причин появления дополнительных упругих скоростей контактных точек?
14. От чего зависит зазор в рельсовой колее?
15. Что будет наблюдаться при $M_1 = M_2$?
16. Что будет наблюдаться при $M_1 > M_2$?
17. В чем заключается третья причина появления дополнительных скоростей упругого проскальзывания контактных точек колес?
18. В чем заключается четвертая причина появления дополнительных скоростей упругого проскальзывания контактных точек колес?
19. Что происходит на первом этапе перекашивания тележки?
20. Что происходит на втором этапе перекашивания тележки?
21. Каким силовым фактором определяется сила давления гребня в максимально перекошенном положении тележки?
22. Как влияют параметры динамической модели на максимальную силу давления гребня на рельс?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Механическая часть тягового подвижного состава / [И.В. Бирюков и др.]. – Москва : Транспорт, 1992.
2. Оптимизация параметров рессорного подвешивания электроподвижного состава : методические указания к выполнению исследовательских курсовых и дипломных проектов и учебно-исследовательских лабораторных работ. Ч. 2 / [А.Н. Савоськин и др.]. – Москва : МИИТ, 1982.
3. Гарг, В.К. Динамика подвижного состава : пер. с англ. / В.К. Гарг, Р.В. Дуккипати ; под ред. Н.А. Панькина. – Москва : Транспорт, 1988.
4. Трофимович, В.В. Определение сил взаимодействия колес электровозов ЭП1 с рельсами при движении в переходных и круговых кривых малого радиуса : учебное пособие с грифом ДВРУМЦ / В.В. Трофимович. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2004. – 90 с.
5. Лазарян, В.А. Устойчивость движения рельсовых экипажей / В.А. Лазарян, Л.А. Длугач, М.Л. Коротенко. – Киев : Наукова думка, 1972. – 200 с.
6. Дробот, Ю.Б. Введение в пакет Maple V : монография / Ю.Б. Дробот. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 1999. – 244 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

**ВАРИАНТЫ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ИИФО**

Таблица 1

Данные для расчетно-графической работы № 1

Конструкционная скорость V_k , км/ч				100	110	120	140	100	110	120	140	160	100
Поперечная жесткость поводков J_y , кН/м				1300	2300	3000	4000	5600	7000	9000	12000	15000	22000
Конусность поверхности катания колеса i				0,05	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1
Анализируемый параметр				m_T	m_H	$2a_T$	J_y	i	m_T	m_H	$2a_T$	J_y	i
m_T , т	m_H , т	κ , кН	$2a_T$, м	Последние цифры шифра									
13	3,1	10000	3,0	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
14	3,3	15000	3,4	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
15	3,5	17000	3,0	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
16	3,6	19000	2,9	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
17	4,0	20000	2,8	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
18	4,1	21000	3,3	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
19	4,3	22000	3,2	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
20	3,4	11000	3,1	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
21	3,7	12000	3,0	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
17	3,35	16000	2,9	91	92	93	94	95	96	97	98	99	00

Примечание:

m_T – масса подрессоренной части тележки, т;

m_H – масса неподрессоренной части в расчете на одну КП, т;

$2a_T$ – жесткая база тележки, м;

V_k – конструкционная скорость, км/ч;

J_y – поперечная жесткость связи КП с рамой тележки (поперечная жесткость поводков) в расчете на одно колесо, (кН/м);

i – конусность поверхности катания колеса;

κ – коэффициент крипа, кН.

Таблица 2

Данные для расчетно-графической работы № 2

Радиус кругового участка пути R , м	200	320	360	400	450	600	250	290	350	190			
Радиус окружности катания колеса r , м	0,625	0,6	0,61	0,62	0,625	0,6	0,625	0,62	0,6	0,625			
Конусность поверхности катания колеса i	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1			
m_T , т	J_T , тм ²	P , кН	$2a_T$, м	Последние цифры шифра									
13	20	110	3,0	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
14	22	111	3,4	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
15	26	112	3,0	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
16	28	113	2,9	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
17	29	114	2,8	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
18	30	110	3,3	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
19	32	112	3,2	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
20	33	111	3,1	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
21	34	110	3,0	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
17	29	114	2,9	91	92	93	94	95	96	97	98	99	00

Примечание: R – радиус кругового участка пути, м; m_T – масса тележки, т; J_T – момент инерции массы тележки, тм²; $2a_T$ – жесткая база тележки, м; P – нагрузка от колеса на рельс, кН; i – конусность поверхности катания колеса; r – радиус окружности катания колеса, м.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Расчетно-графическая работа № 1. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛЕЖКИ	4
Расчетно-графическая работа № 2. ВПИСЫВАНИЕ ТЕЛЕЖКИ В КРИВОЙ УЧАСТОК ПУТИ	18
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	35
ПРИЛОЖЕНИЕ. Варианты исходных данных для студентов ИИФО	36

Учебное издание

Трофимович Виталий Владимирович
Яранцев Максим Владимирович

ОСНОВЫ МЕХАНИКИ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА

Методические указания
по выполнению расчетно-графических работ

Отпечатано методом прямого репродуцирования

Технический редактор *И.А. Нильмаер*

План 2020 г. Поз. 1.10. Подписано в печать 15.01.2020 г. Формат 60×84¹/₁₆.
Гарнитура «Times New Roman». Уч.-изд. л. 2,5. Усл. печ. л. 2,3. Зак. 11. Тираж 20 экз. Цена 208 р.

Отпечатано в Издательстве ДВГУПС.
680021, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47.

Кафедра «Транспорт железных дорог»

В.В. Трофимович, М.В. Яранцев

ОСНОВЫ МЕХАНИКИ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА

Методические указания
по выполнению расчетно-графических работ

Хабаровск
2020
